Notion de ratio
cycle 4 (à partir de la classe de 5e)

RAPPELS DU PROGRAMME

Cycle 4, thème B « Organisation et gestion de données, fonctions ».

La notion de ratio vient enrichir le vocabulaire de la proportionnalité pour traduire la proportionnalité de deux suites de nombres […].

Résoudre des problèmes de proportionnalité - Connaissances : notion de ratio.
On dit, par exemple,
– que deux nombres a et b sont dans le ratio 2:3 (notation standardisée) si $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$ *.*
– que trois nombres a, b et c sont dans le ratio 2:3:7 (notation standardisée) si $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{7}$ *.*
Compétence associée :
partager une quantité (par exemple une somme d'argent) en deux ou trois parts selon un ratio donné.

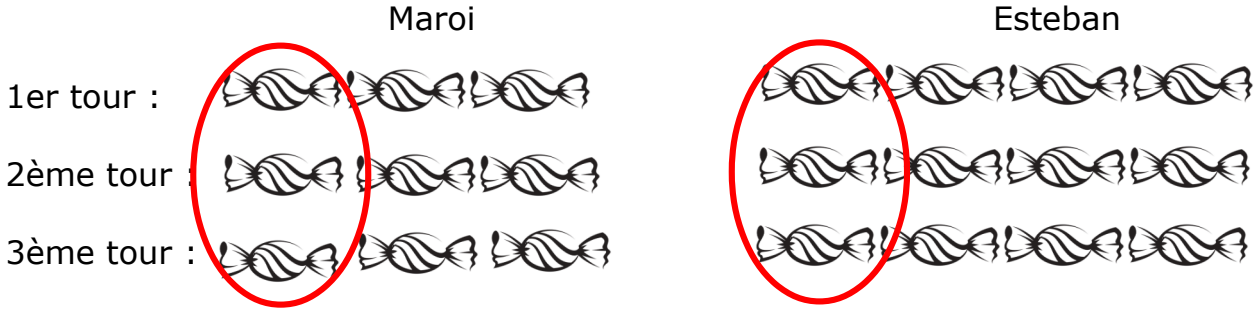
INDICATIONS POUR TRAITER CETTE NOTION

On peut envisager raisonnablement de traiter cette notion pour elle-même (connaissances et exercices d'applications, en questions-flash et tâches intermédiaires) en 3h sur le niveau 5e. On n'hésitera pas à proposer d'autres exercices sur le sujet à « distance » du chapitre : grâce à des tâches à prise d'initiative, mais aussi lors de nouvelles questions-flash ou tâches intermédiaires, en classe ou en devoir en temps libre. Ces ré-activations participeront à une bonne mémorisation.

Par ailleurs, on n'oubliera pas que la notion de ratio doit être travaillée tout au long du Cycle 4. Elle sera donc reprise dans les divers types d'exercices, aux moments jugés opportuns, en 4e et en 3e.

EXEMPLES DE TRACES ECRITES
(cours et exercice commenté)

Exemple : une poche de bonbons est partagée entre Maroi et Esteban dans un ratio 3:4 *(lire « trois pour quatre »)*. Cela veut dire que Maroi reçoit 3 bonbons quand Esteban en reçoit 4. C'est un partage inégal.
Pour une poche contenant 21 bonbons, représentons les tours de distribution :

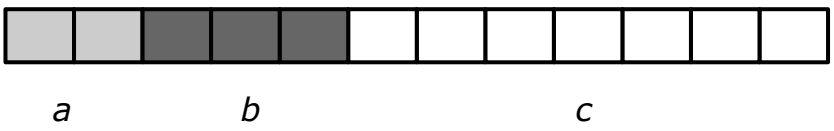


Maroi reçoit donc neuf bonbons quand Esteban en reçoit douze.

La quantité de bonbons de Maroi partagée en 3 est égale à la quantité de bonbons d'Esteban partagée en 4.

Définition :
On dit, par exemple,

- que deux nombres a et b sont dans le ratio 3:4 (notation standardisée) si $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$.
- que trois nombres a, b et c sont dans le ratio 2:3:7 (notation standardisée) si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$.



Remarque : un ratio permet de parler des proportions de deux ou trois quantités les unes par rapports aux autres. Notre premier exemple pourrait se traduire aussi par :
Maroi a reçu $\frac{3}{7}$ des bonbons et Esteban en a reçu $\frac{4}{7}$ (le dénominateur a été obtenu en ajoutant le nombre de parts de Maroi et le nombre de parts d'Esteban). Chacune de ces fractions permet de comparer une partie à la totalité, ce ne sont pas des ratios.

La notion de ratio est très utile dans divers domaines, en économie, en géographie … Par exemple, le sexe-ratio à la naissance est un indicateur démographique qui permet d'exprimer le nombre de mâles par rapport au

nombre de femelles d'une population donnée. En France, on dit que le sexe-ratio est de 105:100 parce qu'il naît environ 105 garçons pour 100 filles.

Remarque pour le professeur :
il peut être intéressant de favoriser la coexistence de la méthode empirique (comme dans la distribution de bonbons) et de la méthode experte (calculs) pour aider à créer des images mentales, à mieux comprendre et à passer de la première à la seconde. On encouragera les manipulations, les réalisations de figures et on jouera sur les variables didactiques.

Exercice résolu et commenté.

240€ sont partagés entre Mona et Ninon dans le ratio 2:3 . Combien chacune d'elles reçoit-elle ? Représentons cette situation en tenant compte de l'ordre d'énonciation :

Part de Mona *Part de Ninon*

On peut dire que :

- les deux filles ne reçoivent pas autant l'une que l'autre et Ninon reçoit plus Mona.
- Les 240€ sont partagés en cinq parties égales, Mona en reçoit deux et Ninon en reçoit trois.
- Si je partage la somme d'argent de Mona en 2 parts égales, cela est égal à la somme d'argent de Ninon partagée en 3 parts égales.
- Donc $240 \div 5 = 48$; $48 \times 2 = 96$; $48 \times 3 = 144$
  donc Mona reçoit 96€ et Ninon reçoit 144€.
- $\frac{96}{2} = \frac{144}{3} = 48$.
- Comme 2 + 3 = 5, Mona a reçu $\frac{2}{5}$ de l'argent, et Ninon $\frac{3}{5}$.
- Le ratio 2:3 peut aussi s'écrire 96:144 ou 6:9 ou 4:6 …
- *Remarque pour le professeur : une autre façon de définir le ratio 2:3 est : « x et y sont en ratio 2:3 quand $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ». Cela justifie la notation de ratio comme un quotient. La définition proposée aux élèves est certes moins intuitive mais elle présente l'avantage de s'adapter aux cas de trois nombres et plus.*

EXERCICES

D'après les projets de repères de progressivité, 5°, oct. 2018 :

Exercice 1 (Question-flash) : « partager une quantité en deux ou trois parts selon un ratio donné ».
Quelle quantité d'huile et de vinaigre utilise-t-on dans une vinaigrette de 500mL réalisée dans le ratio 3:1 ?

Exercice 2 (question-flash).
Une recette de biscuits sablés commence par la fabrication d'un « sable » réalisé avec de la farine, du beurre et du sucre dans le ratio 10:6:5. Une pâte homogène est ensuite fabriquée avec ce sable et un peu de lait.
Quelles masses de farine, de beurre et de sucre doit-on prendre pour créer un « sable » de 630 g ?

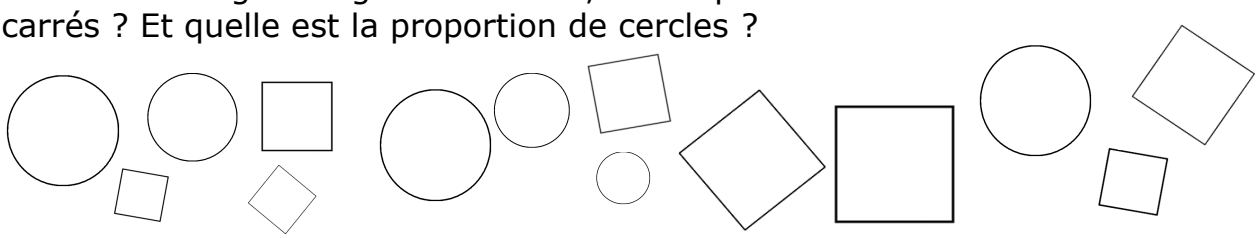
Exercice 3 (question-flash).
Pour récompenser leurs enfants Axelle, Benjamin et Clément, qui les ont beaucoup aidés, M. et Mme Jardin leur donnent un peu d'argent. Ils leur distribuent 120€ selon le ratio 3:4:5 parce qu'ils n'ont pas aidé autant les uns que les autres. Combien chacun va-t-il recevoir ?

Autres exercices :

Exercice 4 (question-flash).
Je prépare une vinaigrette avec l'huile et le vinaigre selon un ratio 3:1. Je mets 6cL d'huile. Combien dois-je mettre de vinaigre ?

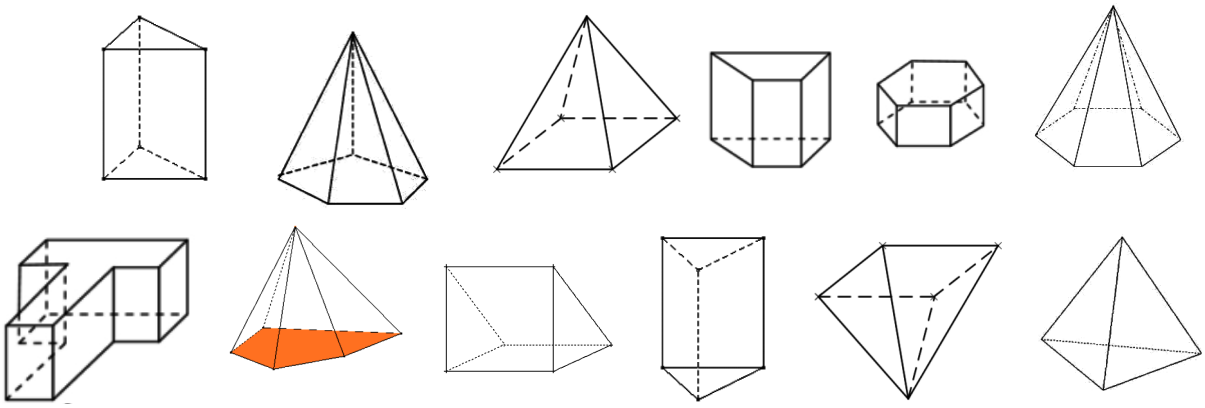
Exercice 5 (questions-flash).
a) Un paquet de bonbons contient 13 bonbons à la fraise et 8 au citron. Dans quel ratio sont les bonbons à la fraise et les bonbons au citron ?
b) Un paquet de bonbons contient 28 bonbons à la fraise, 18 au citron et 14 au cola. Dans quel ratio sont les bonbons à la fraise, les bonbons au citron et les bonbons au cola ?
c) En pêchant sur le bord de la plage, Annaëlle a attrapé 13 animaux dont 5 crabes. Les autres sont des crevettes. Dans quel ratio sont le nombre de crevettes et le nombre de crabes ?

Exercice 6 (question-flash).
Dans le mélange de figures suivants, selon quel ratio sont les cercles et les carrés ? Et quelle est la proportion de cercles ?



Exercice 7 (question-flash).
Dans la vinaigrette de ma grand-mère, on met trois cuillerées à soupe d'huile pour deux de vinaigre. J'en prépare en grande quantité, avec 9L d'huile. Combien dois-je mettre de vinaigre ?

Exercice 8 (question-flash).
Dans le mélange de solides ci-dessous, dans quel ratio sont le nombre de prismes droits et le nombre de pyramides ?



Exercice 9 (question-flash).
Simplifie ces ratios :
a) 35:20
b) 49:70
c) 18:24

Exercice 10 (questions-flash).
a) Deux amis ont joué au loto et leur mise s'est faite selon le ratio 3:5. Ils gagnent 64€. Quelle est la somme d'argent qui revient à chacun d'eux ?
b) Trois amis se partagent 150 bonbons selon le ratio 3:3:4. Combien chacun en reçoit-il ?

Exercice 11 (questions-flash).
Sam va fêter ses 30 ans. Avant son anniversaire, il essaie une nouvelle recette de cocktail sans alcool qui lui plaît, pour laquelle il faut 2 verres de jus d'orange pour 3 verres de jus d'ananas et 4 verres de jus de pomme. Cette recette lui plaît. Pour tous ses invités, il veut préparer 45L de cocktail. Combien de litres de chaque ingrédient doit-il acheter ?

Exercice 12 (tâche intermédiaire).
Pour commencer un jeu, le premier joueur doit recevoir deux fois plus de cartes que le second, qui lui-même doit recevoir quatre fois plus de cartes que le troisième. Selon quel ratio a lieu le partage des cartes ? Peut-on partager ainsi un jeu de 54 cartes ?

Exercice 13 (tâche intermédiaire).

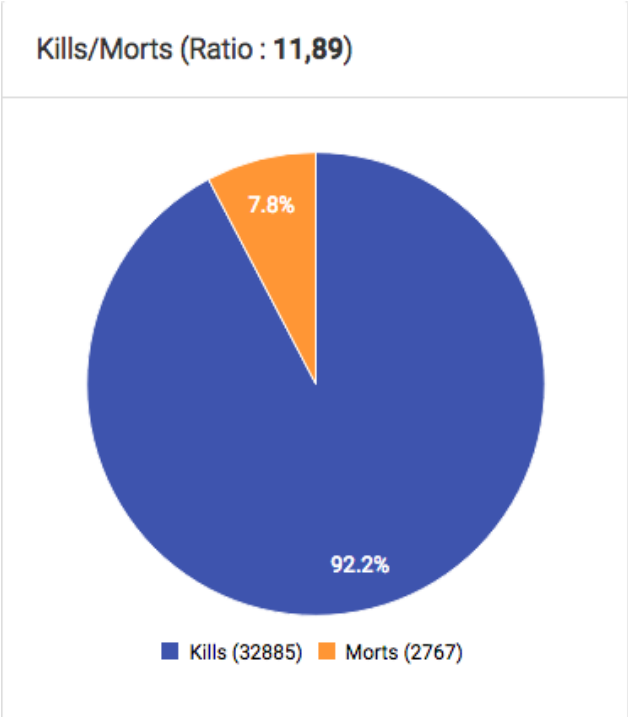
J'ai investi 300€ et toi 500€ dans une société. Celle-ci a pris de la valeur et nous avons 11 000€ à nous partager proportionnellement à nos mises. Combien chacun de nous va-t-il obtenir ?

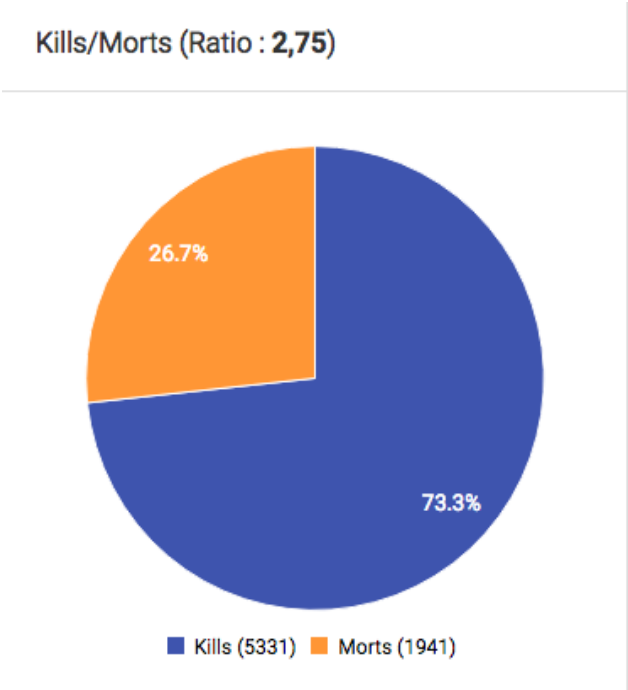
Exercice 14 (tâche intermédiaire).
Dans une assemblée, le ratio hommes-femmes est de 50:45. Si cinq femmes entrent, le ratio sera-t-il de 50:50 ?

Exercice 15 (tâche intermédiaire).
Pour fabriquer une bonne boisson à base de sirop, la bouteille indique de mélanger du sirop et de l'eau fraîche selon le ratio 2:7.
Il me reste 30cL de sirop. Quelle est la contenance minimale de la carafe que je dois utiliser ?

Exercice 16 (tâche intermédiaire).
Pour faire une étude de marché, Marius téléphone à cinquante-cinq entreprises. Il considère que son appel a été réussi si l'entreprise accepte de lui donner un rendez-vous. Finalement, le ratio des appels réussis et des appels non réussis est de 6:5.
a) Combien d'entreprises ont accepté de lui donner un rendez-vous ?
b) Parmi celles-ci, malheureusement, seulement vingt entreprises honorent leur rendez-vous. Quel est le ratio des entreprises qui ont honoré leur rendez-vous par rapport à toutes celles pour lesquelles Marius n'a pas eu de rendez-vous ?

Exercice 17 (tâche intermédiaire) : ratio et diagramme.
Un site internet fournit les résultats des meilleurs joueurs d'un jeu en réseau très à la mode. Il donne, entre autres, les diagrammes suivants, où les « kills » désignent le nombre des adversaires tués, les « morts » désignent les vies que le joueur a lui-même perdues :





Joueur 1 Joueur 2

1°) Comment les ratios ont-ils été obtenus ? Quelle autre écriture pourrait-on en donner ?
2°) Quel ratio le site affichera-t-il si le nombre de morts est 0 ?
3°) Quel est le meilleur des deux joueurs ? Expliquer.
4°) Créer le diagramme circulaire correspondant à un joueur 3 dont le nombre de kills et le nombre de morts seraient dans le ratio 75957:9504. Puis établir un classement de ces trois joueurs.

Exercice 18 (tâche intermédiaire, avec une prise d'initiative dans le c.).
Sandy a acheté une boîte pour se faire elle-même une teinture pour les cheveux. Elle veut mélanger 10 mL de colorant « châtain » et 20 mL de colorant « blond ».
a) Quel est le ratio du colorant « châtain » par rapport au colorant « blond » ?
b) Elle doit ensuite ajouter à ce mélange du liquide révélateur selon le ratio 1:1. Qu'est-ce que cela signifie ?
c) Six mois plus tard, les cheveux de Sandy ont bien poussé et il lui faut davantage de préparation à étaler sur sa chevelure, tout en gardant les mêmes proportions de colorants « châtain » et « blond » car la coloration obtenue lui convenait tout à fait.
Quelle quantité de chacun des ingrédients pourrait-elle utiliser ?

Exercice 19 (tâche intermédiaire suivie de recherches documentaires) : « le sexe-ratio à la naissance »
Le sexe-ratio à la naissance est le quotient du nombre d'individus nés mâles par le nombre d'individus nés femelles.

1) Chez les tortues marines, le sexe d'un individu ne dépend pas des gènes transmis par le père et la mère mais de la température d'incubation, c'est-à-dire de la température moyenne autour de l'œuf (les tortues marines pondent dans le sable de certaines plages). Plus la température est élevée, plus il naît de femelles.
   Des scientifiques ont compté parmi les tortues luth nées sur des plages de San Diego 65 femelles pour 35 mâles, alors que le sexe-ratio était de 39:11 sur les plages de ponte du Costa Rica. Où les plages étaient-elles les plus chaudes ?
2) Chez les êtres humains, le sexe-ratio à la naissance dans un pays donné est rarement équilibré. En France, en 2017, 373 716 garçons et 356 526 filles sont nés (source : ined.fr). En Allemagne, le sexe-ratio était cette année-là de 106:100 (source Wikipedia). Les sexes-ratios à la naissance sont-ils équivalents en France et en Allemagne ?
   Comment les scientifiques expliquent-ils que le sexe-ratio à la naissance ne soit pas de 1:1 ?
   On pourra consulter par exemple :

https://fr.wikipedia.org/wiki/Sex-ratio
https://www.lepoint.fr/societe/pourquoi-nait-il-plus-de-garcons-que-de-filles-05-04-2015-1918760_23.php

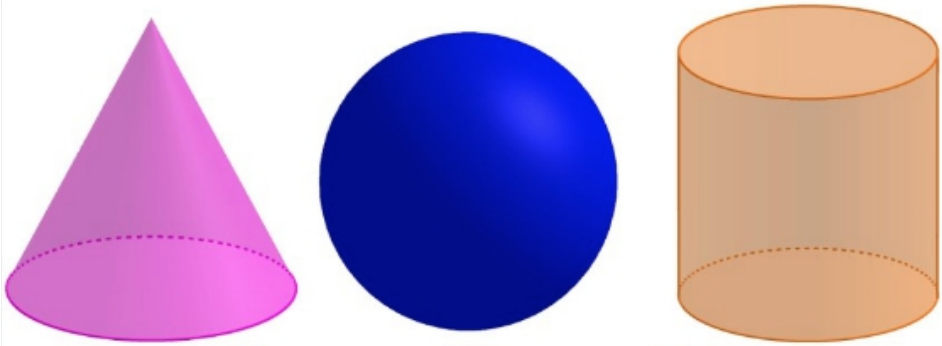
Exercice 20 (tâche à prise d'initiative) : jeu en réseau.
Un célèbre jeu en réseau indique pour le joueur le triple ratio du nombre des parties où il s'est retrouvé à égalité avec l'adversaire, pour le nombre de parties gagnées et pour le nombre de parties perdues.
Le joueur Arkéos a actuellement le ratio 12:101:126, le joueur Darknite a le ratio 17:35:68 et le joueur Samba a le ratio 8:63:69.
Quel est le joueur le mieux classé ?

Exercice 21 (tâche à prise d'initiative avec différenciation) : le format d'écran.
On dit qu'un écran a pour format 16:9 quand la longueur et la hauteur sont dans ce ratio.
Version 1. Un site internet affiche :

Avec une diagonale de 3,30 m et un format de 16/9,
la largeur est de 2,88 m
la hauteur est de 1,62 m

Les informations données sont-elles exactes ?
Version 2 (plus difficile). Un magasin vend un téléviseur de format 16:9 dont la diagonale mesure 1,10m. Quelles sont les mesures de la hauteur et de la longueur de l'écran ?

Exercice 22 (tâche à prise d'initiative), *d'après une idée de V. Pantaloni*.
On considère un cône, une sphère et un cylindre qui ont le même diamètre, et pour lesquels les hauteurs du cône et du cylindre sont égales au diamètre.



Dans quel ratio sont leurs volumes ?
Remarque pour le professeur : on pourra laisser expérimenter et conjecturer les élèves avec des solides que l'on remplit d'eau.